СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

§21 Дискретная случайная величина. Основные понятия

Определение 1. **Величина *x*, принимающая в зависимости от некоторых обстоятельств значения $x_1, x_2 \dots x_n$, имеющие определенные вероятности, называется *случайной величиной* и обозначается: $x; y; z$.**

Определение 2. ***Дискретной*** **- называется такая случайная величина, которая принимает отдельные изолированные значения.**

Пример 1: Если *x* – число попаданий в цель (0, 1, 2, 3 …).

Пример 2: *x* – количество зерен в колосе (0, 1, 2 … 50).

Пример 3: *x* – количество студентов, которые учатся на «хорошо» и «отлично».

Определение 3. **Совокупность значений случайной величины и соответствующих им**

вероятностей называется *закономраспределения* случайной величины.

x	x_1	x_2	$\dots$	x_n
p	p_1	p_2	$\dots$	p_n

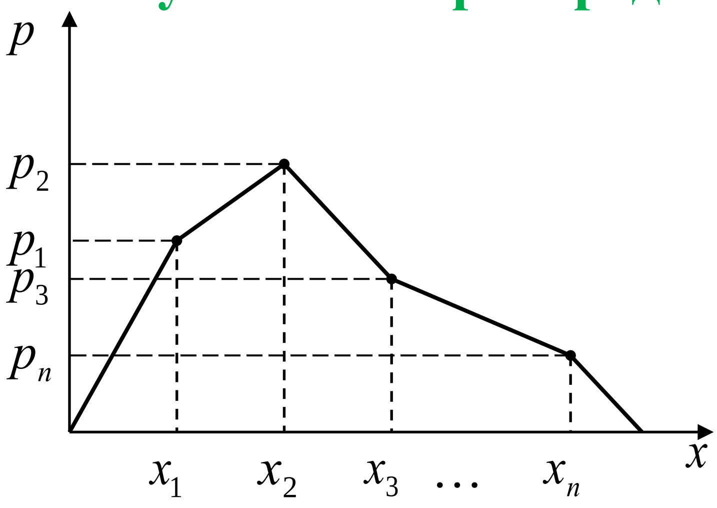
$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} p_i = 1}$$

Пример: Пусть *x* - число выпавших очков на игральной кости:

x	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
p	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

$$\sum_{i=1}^{6} p_i = \frac{1}{6}\cdot 6 = 1$$

Для наглядности закона распределения дискретной случайной величины его можно изобразить графиком в виде *полигона* или многоугольника распределения вероятностей.



Полученная ломаная линия $(x_i; p_i)$ соединяет на плоскости точки с координатами. Причем, $(x_1; p_1)$ соединяют с (0;0), а $(x_n; p_n)$ - с $(x_{n+1}; 0)$.

§22 Действия над дискретными случайными величинами

Определение 1. **Дискретные случайные величины *x* и *y* называются *независимыми* между собой, если вероятность любого значения каждой из них не зависит от полученных значений всех остальных.**

y_i	y_1	y_2	y_3	…	y_m
q_i	q_1	q_2	q_3	…	q_m

x_i	x_1	x_2	x_3	…	x_n
p_i	p_1	p_2	p_3	…	p_n

Определение 2. **Алгебраической *суммой* дискретных случайных независимых величин *x* и *y* называется новая случайная величина $\underline{z = x \pm y}$, которая принимает значения вида: $\boxed{x_i \pm y_i}$, где**

$i = 1, 2, 3 \ldots n$

$j = 1, 2, 3 \ldots m$ **с вероятностями** $\boxed{p_i \cdot q_i}$.

Определение 3. ***Произведением*** **двух дискретных случайных величин** x **и** y **называется новая случайная величина** $z = x \cdot y$, **принимающая значения вида** $\boxed{x_i \cdot y_i}$ **с соответствующими вероятностями** $\boxed{p_i \cdot q_i}$.

Определение 4. ***Квадратом*** **случайной величины** x **называется новая случайная величина** $\boxed{x^2}$, **имеющая закон распределения:**

$x_i^{\ 2}$	$x_1^{\ 2}$	$x_2^{\ 2}$	$x_3^{\ 2}$	$\ldots$	$x_n^{\ 2}$
p_i	p_1	p_2	p_3	$\ldots$	p_n

Определение 5. **Случайную величину** x **можно умножать на любое действительное число** $k \neq 0$, **вероятности при этом остаются без изменения.**

$z_i = k \cdot x_i$	$k \cdot x_1$	$k \cdot x_2$	$k \cdot x_3$	$\ldots$	$k \cdot x_n$
p_i	p_1	p_2	p_3	$\ldots$	p_n

Для сравнения случайных величин между собой, служат их числовые характеристики:

$\overline{M}(x)$ - **среднее арифметическое взвешенное;**

$M(x)$ - **математическое ожидание;**

$D(x)$ - **дисперсия;**

$\sigma(x)$ - **среднее квадратическое отклонение.**

§23 Среднее арифметическое взвешенное

Пусть произведено *N* испытаний, в которых случайные величины появлялись соответственно *M* раз.

x_i	x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_n
M_i	M_1	M_2	M_3	$\dots$	M_n

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = N$$

Определение 1. Средним арифметическим взвешенным $\overline{M}(x)$ **называется сумма произведений значений случайной величины на их относительные частоты.**

$$\overline{M}(x)=\frac{x_1M_1+x_2M_2+x_3M_3+\ldots+x_nM_n}{N}=$$

$$=\frac{x_1M_1}{N}+\frac{x_2M_2}{N}+\frac{x_3M_3}{N}+\ldots+\frac{x_nM_n}{N}=$$

$$=x_1W_1+x_2W_2+x_3W_3+\ldots+x_nW_n$$

$$\boxed{\overline{M}(x)=\sum_{i=1}^{n}x_iW_i}$$

$\overline{M}(x)$ - *вычисляется всегда после опыта и измеряется в тех же единицах, что и сама случайная величина.*

§24 Математическое ожидание

Если N будет стремиться к ∞, то $W_i\to P_i$.

Определение 1. ***Математическое ожидание*** **дискретной случайной величины есть сумма произведений значений случайной величины на соответствующие вероятности.**

$$M(x)=x_1p_1+x_2p_2+\ldots+x_np_n$$

$$\boxed{M(x)=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i}$$

Для каждой случайной величины ее математическое ожидание $M(x)$ **есть величина постоянная:** $M(x) = \text{const}$ **для некоторой** x**.**

Пример: **В результате испытаний двух приборов установлена вероятность наблюдения помех, оцениваемых по трехбалльной системе:**

1 прибор

уровень помех X	1	2	3
P_i	0,6	0,3	0,1

2 прибор

уровень помех Y	1	2	3
P_i	0,7	0,2	0,1

Какой прибор лучше?

Решение:

$M(X) = 1 \cdot 0{,}6 + 2 \cdot 0{,}3 + 3 \cdot 0{,}1 = 1{,}5$

$M(Y) = 1 \cdot 0{,}7 + 2 \cdot 0{,}2 + 3 \cdot 0{,}1 = 1{,}4$

$$M(X) > M(Y)$$

Второй прибор лучше!

Свойства $M(x)$**:**

1. Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной величине.

x	**c**
p	**1**

$$\underline{M(c) = C}$$

2. Постоянный множитель выносят за знак математического ожидания.

$$\underline{M(cx) = cM(x)}$$

3. Математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий.

$$\underline{M(x \cdot y) = M(x) \cdot M(y)}$$

4. Математическое ожидание алгебраической суммы двух независимых случайных величин равно алгебраической сумме их математических ожиданий.

$$\underline{M(x \pm y) = M(x) \pm M(y)}$$

5. Математическое ожидание числа появлений события *A* в *«n»* независимых испытаниях равно произведению числа испытаний на вероятность появления события в каждом испытании.

$$\underline{M(x_{=m}) = n \cdot p}$$

6. Математическое ожидание отклонения случайной величины от ее математического ожидания равно *0*.

$$\underline{M(x - M(x)) = 0}$$

7. Математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания равно разности между математическим ожиданием квадрата случайной величины и квадратом ее математического ожидания.

$$\underline{M(x - M(x))^2 = M(x^2) - M^2(x)}$$

§25 Дисперсия

$M(x)$ **можно рассматривать как центр, относительно которого происходит рассеивание этой случайной величины, однако, случайные величины могут иметь равные математические ожидания, а сами**

вести себя будут по-разному. Для сравнения случайных величин служит дисперсия.

Определение 1. ***Дисперсией*** **случайной величины** x **называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от своего математического ожидания.**

$$\boxed{D(x) = M(x - M(x))^2}$$

или

$$D(x) = \left(x_1 - M(x)\right)^2 \cdot p_1 + \left(x_2 - M(x)\right)^2 \cdot p_2 + \ldots + \left(x_n - M(x)\right)^2 \cdot p_n$$

На практике пользуются формулой:

$$\boxed{D(x) = M(x^2) - M^2(x)}$$

Дисперсия всегда есть величина положительная, т.е. $D(x) > 0$**.**

Чем больше дисперсия, тем больше рассеивание случайной величины относительно $M(x)$**, поэтому при сравнении двух случайных величин, та величина считается более устойчивой, у которой меньше дисперсия.**

Пример: Имеются 2 сорта пшеницы:

1 сорт

Пшеница X	18	20	22
P_i	0,1	0,7	0,2

2 сорт

Пшеница Y	18	20	22
P_i	0,2	0,5	0,3

Какой сорт лучше?

Решение:

$M(X) = 18 \cdot 0{,}1 + 20 \cdot 0{,}7 + 22 \cdot 0{,}2 = 20{,}2$

$M(Y) = 18 \cdot 0{,}2 + 20 \cdot 0{,}5 + 22 \cdot 0{,}3 = 20{,}2$

$$M(X) > M(Y)$$

$Д(X) =$
$(18^2 \cdot 0,1 + 20^2 \cdot 0,7 + 22^2 \cdot 0,3) - -(20,2)^2 = 1,8$

$Д(Y) =$
$(18^2 \cdot 0,2 + 20^2 \cdot 0,5 + 22^2 \cdot 0,3) - -(20,2)^2 = 1,6$

$$Д(X) > Д(Y)$$

2 сорт лучше!

$M(x)$ - **единицы измерения те же, что у случайной величины.**

$D(x)$ - **единицы квадратные.**

Свойства $D(x)$**:**

1. Дисперсия постоянной величины равна 0.

$$\underline{D(c)=0}$$

$$D(c)=M\left(c-M(c)\right)^2=M\left(c-c\right)^2=M(0)=0$$

2. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, но в квадрате.

$$\underline{D(cx)=c^2D(x)}$$

3. Дисперсия алгебраической суммы случайных величин равна сумме дисперсий этих величин.

$$\underline{D\left(x\pm y\right)=D(x)+D(y)}$$

4. $D(c+x)=D(x)$

5. Дисперсия числа появлений события *A* в *«n»* независимых испытаниях равна npq

$$D(x_{=m})=npq$$

§27 Среднее квадратическое отклонение

Определение 1. ***Средним квадратическим отклонением*** случайной величины называется квадратный корень из дисперсии.

$$\boxed{\sigma(x)=\sqrt{D(x)}}$$

$\sigma(x)$ - характеристика рассеивания, но имеющая ту же размерность, что и сама случайная величина.

Свойства $\sigma(x)$:

1. В серии *«n»* независимых испытаний, если $x=m$, то:

$$\sigma(x_{=m})=\sqrt{npq}$$

2. $$\sigma\left(x_1+x_2+\ldots+x_n\right)=\sqrt{\sigma^2\left(x_1\right)+\sigma^2\left(x_2\right)+\ldots+\sigma^2\left(x_n\right)}$$

3. $$\frac{\sigma(x)}{M(x)}\cdot 100\%=V(x)$$ - **коэффициент вариации. Чем меньше $V(x)$, тем более устойчива случайная величина.**

Замечание. Обратим внимание на интерпретацию математического ожидания и дисперсии в финансовом анализе.

Пусть, например, известно распределение доходности X некоторого актива (например, акции), т.е. известны значения доходности x_i и соответствующие им вероятности p_i за рассматриваемый промежуток времени. Тогда, очевидно, математическое ожидание $M(x)$ выражает среднюю (прогнозную) доходность актива, а дисперсия $D(x)$ или среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)$ - меру отклонения, колебленности доходности от ожидаемого среднего значения, т.е. риск данного актива.

§28 Способы задания непрерывной случайной величины

Определение 1. **Случайная величина называется *непрерывной*, если она принимает все значения некоторого интервала (конечного или бесконечного).**

Например: **длина стебля; рост человека; длина ступни.**

Непрерывная случайная величина может быть задана следующими способами:

а) Табличный

б) Графический

в) Аналитический

28.1 Табличный способ

Непрерывная случайная величина задается таблично в виде закона распределения, который представляет из себя таблицу, в первой строке которой перечислены интервальные изменения случайной величины, а во второй строке соответствующие вероятности или частости.

x	$x_0 - x_1$	$x_1 - x_2$	$x_2 - x_3$	$\cdots$	$x_{n-1} - x_n$
p	p_1	p_2	p_3	$\cdots$	p_n

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} p_i = 1}$$

Пример: **Дается распределение длины колоса пшеницы, где *x* - длина колоса, *N* = 100**

Составить таблицу распределения по частостям.

X	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14
M_i	8	20	28	24	10	8	2

По частостям:

X	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14
p_i	0,08	0,2	0,28	0,24	0,10	0,08	0,02

От непрерывной случайной величины можно перейти к дискретной, заменив интервал изменения непрерывной случайной величины серединой каждого интервала.

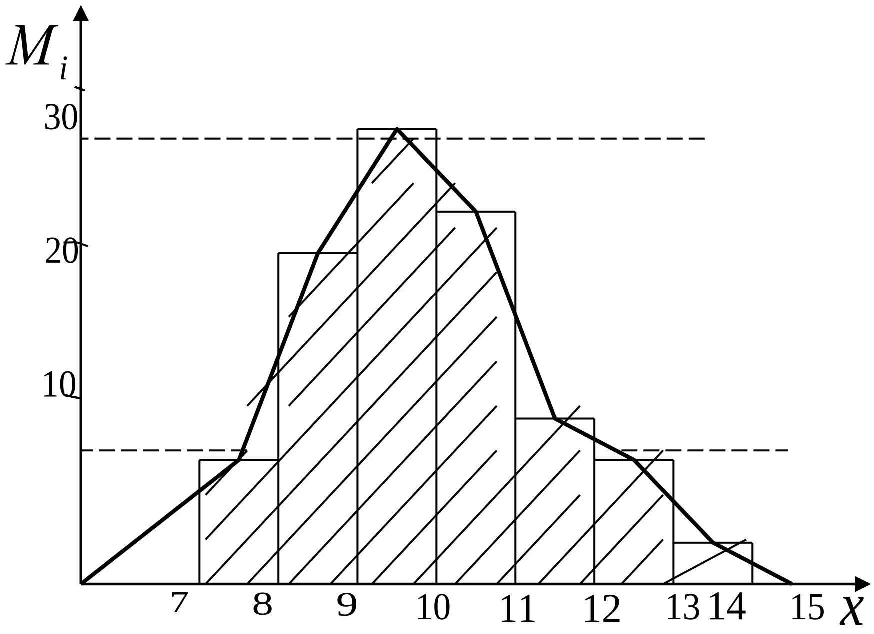
x	7,5	8,5	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5
p_i	0,08	0,2	0,28	0,24	0,10	0,08	0,02

Замечание. **Если распределение случайной величины дано по частотам или частостям, то такое распределение называется вариационным рядом. Значения величины х называют вариантами, частоты - весами, а общее число рассматриваемых объектов - объемом совокупности.**

28.2 Графическое задание.

Непрерывную случайную величину можно изобразить графически - гистограммой.

Определение 2. ***Гистограммой*** **распределения вероятностей (частостей или частот) называется ступенчатая фигура, составленная из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы изменения случайной величины, а высотами вероятности, частоты или частости.**



Для непрерывной случайной величины можно построить и полигон, взяв середины интервалов.

28.3 Аналитическое задание непрерывной случайной величины.

Непрерывную случайную величину можно задать еще с помощью функции

$F(x)$ **- функции распределения вероятностей случайной величины.**

Определение 1. ***Функцией распределения*** **(интегральной функцией распределения) называется вероятность того, что случайная величина** X **примет значения в результате испытания меньше, чем** x

$X < x$, т.е. $\boxed{F(x) = P(X < x)}$

Свойства функции $F(x)$

Т.к. $F(x) = P(X < x)$**, то**

1. $F(x)$ **неотрицательная:** $0 \le F(x) \le 1$

2. $F(x)$**- неубывающая, т.к. для** $x_1 \le x_2$ $F(x_1) \le F(x_2)$

3. Если все возможные значения случайной величины находятся в промежутке $[a;b]$**, то при** $x \le a$ $F(x) = 0$, $x \ge b$ $F(x) = 1$

4. Вероятность того, что случайная величина примет значение, заключенное в интервале $(\alpha;\beta)$ **будет равна:**

$$P(\alpha \le x \le \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$$

5. $F(x)$ **- универсальная характеристика случайной величины, так как она существует и для непрерывной , и для дискретной случайной величины.**

Для непрерывной случайной величины. – график $F(x)$ **непрерывная линия.**

Для дискретной случайной величины – график $F(x)$ **имеет ступенчатый вид.**

Свойства функции $F(x)$ дают представления о графике этой функции:

1. График расположен в полосе, ограниченной прямыми $y=0$ и $y=1$ (1-е свойство)

2. при $x \le a$ ординаты графика = 0

при $x \ge b$ ординаты графика = 1

Построим функцию распределения случайной величины *X*, закон распределения которой представлен таблицей:

x	x_1	x_2	x_3	…	x_i	…	x_n
p	p_1	p_2	p_3	…	p_i	…	p_n

при $x \le x_1$ $\mathrm{F(x)} = \mathrm{P}(\mathrm{X} < x_1) = 0$

при $x_1 < x \le x_2$ $\mathrm{F(x)} = \mathrm{P}(\mathrm{X} < x_2) = P(X = x_1) = p_1$

при $x_2 < x \le x_3$ $\mathrm{F(x)} = \mathrm{P}(\mathrm{X} < x_3) = P(X = x_1) + P(X = x_2) =$
$= p_1 + p_2$

при $x_3 < x \le x_4$ $\mathrm{F(x)} = \mathrm{P}(\mathrm{X} < x_4) = P(X = x_1) + P(X = x_2) + P(X = x_3) =$
$= p_1 + p_2 + p_3$

при $x_{n-1} < x \le x_n$

$\mathrm{F(x)} = \mathrm{P}(\mathrm{X} < x_n) = P(X = x_1) + P(X = x_2) + P(X = x_3) + \ldots + P(X = x_{n-1}) =$

$= p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_{n-1}$

при $x > x_n$

Для дискретной случайной величины график функции распределения представляет собой разрывную ступенчатую линию. Когда переменная *x* проходит через какое-нибудь из возможных значений случайной величины, значение функции распределения меняется скачкообразно, т.е. функция имеет скачок в тех точках, в которых случайная величина принимает конкретное значение согласно закону распределения, причем величина скачка равна вероятности этого значения. Сумма величин всех скачков функции распределения *равна 1.* В интервалах между значениями случайной величины функция $F(x)$ **постоянна.**

Пример 1: **Дана дискретная случайная величина x, заданная законом распределения. Найти функцию распределения и построить ее график.**

x	**1**	**4**	**8**
p	**0,3**	**0,1**	**0,6**

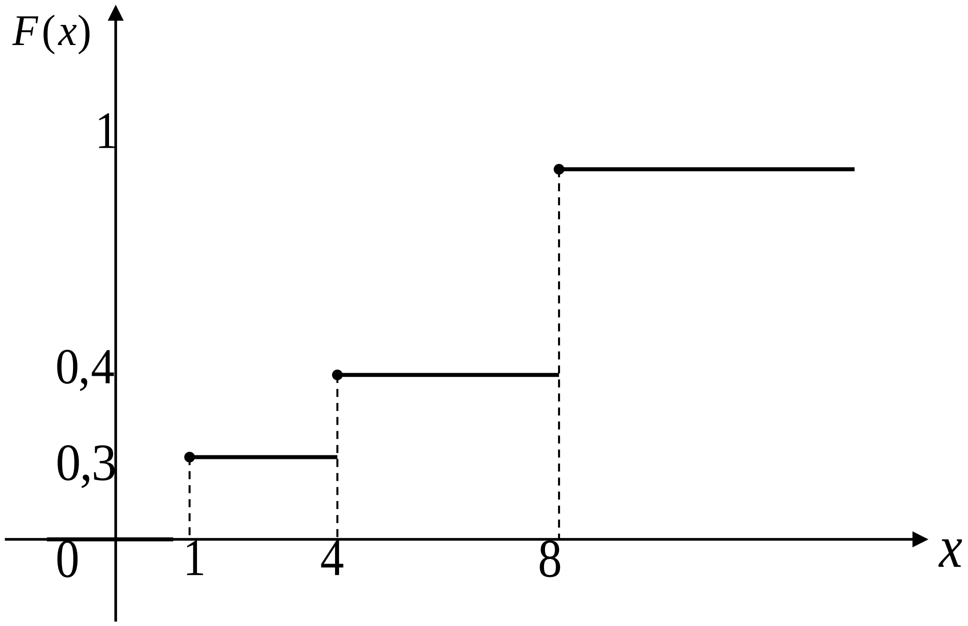
при $x \le 1$ $F(x) = 0$

при $1 < x \le 4$ $F(x) = p_1 = 0{,}3$

при $4 < x \le 8$ $F(x) = p_1 + p_2 = 0{,}3 + 0{,}1 = 0{,}4$

при $x > 8$ $F(x) = 1$

$$F(x) = \begin{cases} 0\,; & x \le 1 \\ 0{,}3\,; & 1 < x \le 4 \\ 0{,}4\,; & 4 < x \le 8 \\ 1\,; & x > 8 \end{cases}$$

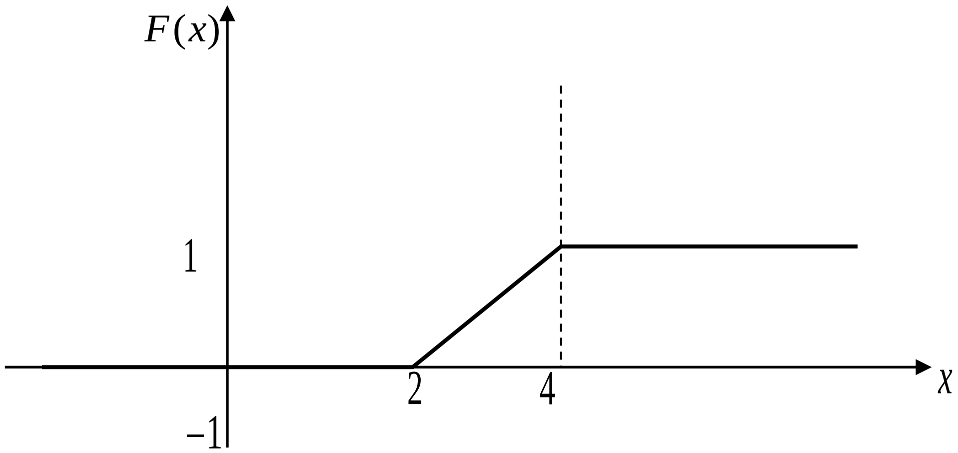


Пример 2: **Построить график функции распределения и найти вероятность того, что случайная величина примет значение из интервала** $[2;3]$

$$F(x) = \begin{cases} 0\,; & x \le 2 \\ \frac{1}{2}x - 1\,; & 2 < x \le 4 \\ 1\,; & x > 4 \end{cases}$$

x	**0**	**2**
y	**-1**	**0**

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$



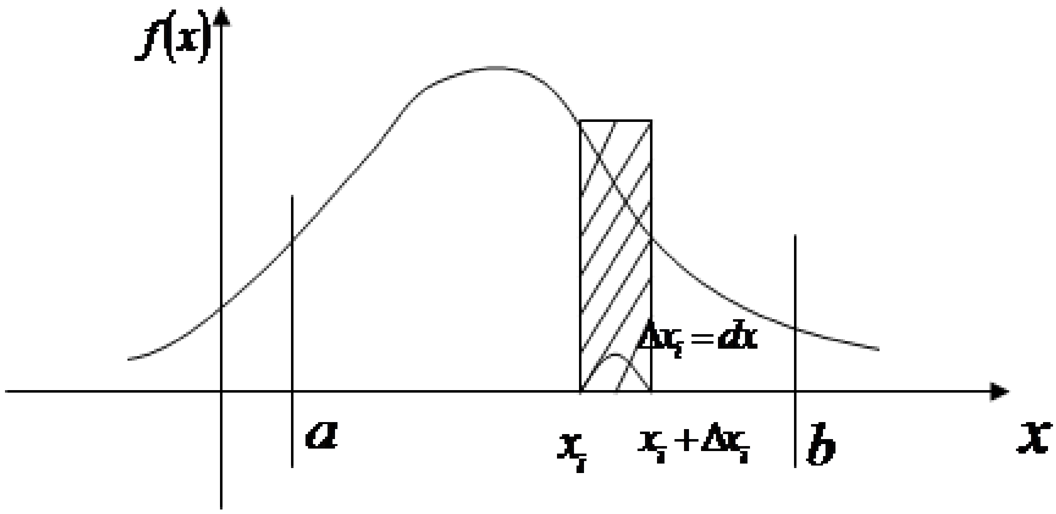
при $2 \le x \le 3\; F(x) = \frac{1}{2}x - 1$

$$P(2 \le x \le 3) = F(3) - F(2) =$$

$$= \left(\frac{1}{2} \cdot 3 - 1\right) - 0 = \frac{3}{2} - 1 - 0 = \frac{1}{2}$$

§30 Числовые характеристики непрерывной случайной величины

Рассмотрим непрерывную случайную величину *X*, возможные значения которой находятся в интервале $[a;b]$**, с плотностью вероятности** $f(x)$**.**



Разобьем интервал $\left[a;b\right]$ на n- частичных интервалов Δx_i ; $i = 1, 2 \ldots n$. Выберем в каждом из них по одной точке x_i и вычислим значения $f\left(x_i\right)$. Составим произведения $f\left(x_i\right)\cdot\Delta x_i$, $i = 1, 2 \ldots n$.

Определение 1. **Произведение плотности вероятности в точке x_i на длину частичного интервала Δx_i ≈ вероятности попадания случайной величины *X* в интервал Δx_i. Это число $\boxed{f\left(x_i\right)\cdot\Delta x_i}$ называется *элементом вероятности*, т.е.**

$$\boxed{f\left(x_i\right)\cdot\Delta x_i \approx p_i}$$

Найдем математическое ожидание непрерывной случайной величины.

$$M(x) \approx x_1 \cdot f(x_1) \cdot \Delta x_1 + x_2 \cdot f(x_2) \cdot \Delta x_2 + \ldots + x_n \cdot f(x_n) \cdot \Delta x_n =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f(x_i) \cdot \Delta x_i$$

Если постоянно уменьшать длину наибольшего частичного интервала $(\Delta x_i \to 0)$ **при** $n \to \infty$**, то переходя к пределу получим:**

$$M(x) = \lim_{\substack{\max \Delta x_i \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f(x_i) \Delta x_i = \int_a^b x f(x) dx$$

Определение 2. ***Математическим ожиданием*** **непрерывной случайной величины** X**, возможные значения которой** $\in [a;b]$**, называется определенный интеграл**

$$\boxed{M(x) = \int_a^b x \cdot f(x) dx}$$

Если возможные значения случайной величины распределены по всей оси ОХ, то

$$\boxed{M(x)=\int_{-\infty}^{\infty} x\cdot f(x)\,dx}$$

- предполагается, то несобственный интеграл сходится абсолютно.

По аналогии с дисперсией дискретной случайной величины определяется дисперсия непрерывной случайной величины.

Определение 3. ***Дисперсией*** **непрерывной случайной величины с плотностью вероятности** $f(x)$ **называется определенный интеграл математического ожидания квадрата ее отклонения.**

$$D(x)=\int_a^b (x-M(x))^2 f(x)\,dx$$ **или**

$$\boxed{D(x)=\int_a^b x^2 f(x)\,dx-M^2(x)}$$

Если возможные значения принадлежат всей оси ***OX*****, то**

$$\boxed{D(x)=\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx-M^2(x)}$$

Определение 4. ***Среднее квадратическое отклонение*** **непрерывной случайной**

величины равно корню квадратному из ее дисперсии.

$$\boxed{\sigma(x)=\sqrt{D(x)}}$$

***Замечание*: Свойства** $M(x)$ **и** $D(x)$ **формулируются так же, как и соответствующие свойства для дискретной величины.**

***Пример:* Дана функция распределения вероятностей.**

$$F(x)=\begin{cases}0; & x\le 0\\ x; & 0<x\le 1\\ 1; & x>1\end{cases}$$

$$\text{Найти: } \begin{matrix} M(x)-? \\ D(x)-? \\ \sigma(x)-? \end{matrix}$$

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ 1, & 0<x\le 1\\ 0, & x>1\end{cases} \qquad [a;b]=[0;1]$$

$$M(x)=\int_a^b x\cdot f(x)dx=\int_0^1 x\cdot 1\cdot dx=\frac{x^2}{2}\Bigg|_0^1=\frac{1}{2}$$

$$D(x)=\int_a^b x^2 f(x)dx - M^2(x)=$$

$$\int_0^1 x^2\cdot 1\cdot dx-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{x^3}{3}\Big|_0^1-\frac{1}{4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$$

$$\sigma(x)=\sqrt{D(x)}=\sqrt{\frac{1}{12}}=\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$$

§4. Числовые характеристики случайных величин, отражающих особенности распределения.

Найдем основные числовые характеристики рассматриваемой случайной величины:

1. Математическое ожидание:

$$M(x)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx=\int_a^b x\cdot\frac{1}{b-a}dx=$$

$$\frac{1}{b-a}\cdot\left(\frac{x^2}{2}\Big|_a^b\right)=$$

$$=\frac{b^2-a^2}{2(b-a)}=\frac{(b-a)(b+a)}{2(b-a)}=\frac{a+b}{2}$$

$$\Rightarrow\quad M(x)=\frac{a+b}{2}$$

Математическое ожидание случайной величины, равномерно распределенной на отрезке $[a;b]$, совпадает с серединой этого отрезка.

2. Дисперсия:

$$D(x)=\int_{-\infty}^{\infty}(x-M(x))^2 f(x)dx=$$

$$=\int_a^b\left(x-\frac{a+b}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{b-a}dx=$$

$$=\frac{1}{3(b-a)}\cdot\left(x-\frac{a+b}{2}\right)^3\Bigg|_a^b=$$

$$=\frac{1}{3(b-a)}\cdot\left(\left(b-\frac{a+b}{2}\right)^3-\left(a-\frac{a+b}{2}\right)^3\right)=$$

$$=\frac{1}{3(b-a)}\cdot\left(\left(\frac{2b-a+b}{2}\right)^3-\left(\frac{2a-a+b}{2}\right)^3\right)=$$

$$=\frac{1}{3(b-a)}\cdot\left(\frac{(b-a)^3}{8}-\frac{(a-b)^3}{8}\right)=$$

$$=\frac{1}{3(b-a)}\cdot\left(\frac{(b-a)^3}{8}+\frac{(b-a)^3}{8}\right)=$$

$$=\frac{(b-a)^3}{12(b-a)}=\frac{(b-a)^2}{12}\quad\Rightarrow$$

$$\boxed{D(x)=\frac{(b-a)^2}{12}}$$

3. Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma(x)=\sqrt{D(x)}=\sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}}=\frac{b-a}{2\sqrt{3}} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\sigma(x)=\frac{b-a}{2\sqrt{3}}}$$

Геометрически: **вероятность представляет собой площадь заштрихованного прямоугольника.**